209

Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en proba.

I) En analyse

1) Caractérisation séquentielle

- de la continuité
  $\Rightarrow$ Th élém de cont ss $\int$
- de l'adhérence
  $\Rightarrow$ Th de prolong^t des appl unif^t cont
- des fermés
  $\Rightarrow$ Th de proj sur un conv fermé $\neq \emptyset$ ds un Hilbert
- des comp (th de B.W)
  $\Rightarrow$ Ds un comp, une suite cvge ssi elle a une unique val d'adh.
  $\Rightarrow$ Soit K un comp conv $\neq \emptyset$ d'un evn.
  Si $f : K \to K$ est 1-lipsch, elle admet un pt fixe

2) Procédé diagonal

- Compacité faible de $\overline{B}_H(0,1)$
- Th d'Ascoli (version faible)
  $\Rightarrow$ Th de Montel
- Si E est un Banach, $\mathcal{L}comp(E)$ est fermé ds $\mathcal{L}_c(E)$
  $\Rightarrow$ Un op à noyau est comp.

3) Th de Baire

$\Rightarrow$ Les fcts cont part et dér nulle part st denses ds $C([0,1], \mathbb{C})$ pour $\|\cdot\|_\infty$.

$\Rightarrow$ Soit $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$.

Si $\forall z \in \mathbb{C}, \exists n \in \mathbb{N}, f^{(n)}(z) = 0$ alors f est polyn.

$\Rightarrow$ Th de BS

II) En proba