214

Appl du th d'inv locale et du th des fcts implicites.

I) Appl du th d'inv locale

0) Th

1) En calcul diff

- Th d'inv globale

$\Rightarrow$ Passage en coord polaires (calcul de $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt$)
- Critère de C^1-difféo
- Lemme de non rétraction C^1

$\Rightarrow$ Th de Brouwer
- Caract locale des immersions et des submersions
- Lemme de Morse

$\Rightarrow$ Classif des pts critiques quad non dég qd $n=2$

2) En analyse complexe

- Surjectivité de l'exp complexe
- L'exp complexe induit une bij biholo de $\{x+iy \mid x \in \mathbb{R}, y \in]-\pi, \pi[\}$ ds $\mathbb{C} \setminus]-\infty, 0]$ dt la réciproque est la dét principale du log déf par : $\log(z) = \ln(|z|) + i \arg(z)$.
- TAO
- Th de D'Alembert Gauss

II) Appl du th des fcts implicites

0) Th

1) Exples

- l'éq $xy^4 - x^3 + y = 0$ déf au vois de 0 une fct φ C^∞ impaire tq $\varphi(x) = x^3 + o(x^5)$ en 0
- l'éq $x^y = y^x$ pour $x, y \in [1, +\infty[$ déf une fct φ C^∞ tq $\varphi(x) \neq x$ dès que $x \neq e$.

2) En géom diff

Déf : Soit $S \subset \mathbb{R}^n$ et $a \in S$.
S est lisse en a de dim m (de classe C^r) s'il existe une perm des coord ds $\mathbb{R}^n$ qui fait de S, au vois de a, le graphe d'une appl de $\mathbb{R}^m$ ds $\mathbb{R}^{n-m}$ (de classe C^r).
S est une ss variété de dim m (de classe C^r) si S est lisse en chacun de ses pts de dim m (de classe C^r)

- L'im récip de 0 par une submersion $s : U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-m}$ (de classe C^r) est une ss variété de dim m (de classe C^r).

$\Rightarrow$ Soit $S \subset \mathbb{R}^n$.
Si pour tt $a \in S$, il existe un C^r difféo $\rho : U_a \to V \subset \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{n-m}$ tq $\rho(S \cap U_a) = V \cap (\mathbb{R}^m \times 0)$
S est une ss. variété de dim m (de classe C^r)
$\to$ L'im d'une immersion $\alpha : U_0 \subset \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ inj et propre (de classe C^r) est une ss. var.

- Th des ext liés

$\Rightarrow$