

Intervention d'une lim et d'une int Exemples et appl

I) Ds la théorie de Riemann (les fcts st déf sur $[a, b]$ à val ds un B)

1) Suites d'int

- Si (f_n) est une suite de fcts int qui cv vers f sur $[a, b]$, f est int et $\int_a^b f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f_n(t) dt$
- \Rightarrow Les fcts réglées st int
- \Rightarrow Les coeff de Fourier d'une série trig convte st les coeff de la série
- \Rightarrow Une fct holo est analytique
- \Rightarrow La lim unif sur tt comp d'une suite de fcts holo est holo

2) Int dépendant d'un param

- Th élém de cont $\mathbb{R} S$
- Th élém de dér $\mathbb{R} S$
- $\Rightarrow \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$
- \Rightarrow Lemme d'Hadamard

II) Ds la théorie de Lebesgue (on se place ds $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}), \mu)$)

1) Suites d'int

- Th de convte monotone
- \Rightarrow Si (f_n) est une suite de fcts mes ≥ 0 ,
$$\int \sum_{n=0}^{\infty} f_n d\mu = \sum_{n=0}^{\infty} \int f_n d\mu$$

- \Rightarrow Lemme de Fatou
- \Rightarrow Formule d'Euler
- CDL

2) Int dépendant d'un param

- Th de cont ss S
- Th de dér ss S
- Th d'holo ss S

3) Deux ex ples

- Γ est C^∞ sur $]0, \infty[$ et se prolonge holomorphiquement à $\{\operatorname{Re} z > 0\}$ et méromorphiquement à \mathbb{C} .
 - La transf de Laplace de $t \mapsto \frac{\sin t}{t}$ est cont sur $]0, \infty[$ et C^1 sur $]0, \infty[$
- $\Rightarrow \int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$.