

**Exercice 1.**

On considère une urne contenant 8 boules blanches et 6 boules rouges, indiscernables au toucher.

1. On tire, successivement et avec remise, 5 boules.
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 3 blanches et 2 rouges.
  - (b) Calculer la probabilité d'obtenir, peu importe l'ordre, 3 blanches et 2 rouges.
2. On tire, successivement et sans remise, 5 boules.
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 3 blanches et 2 rouges.
  - (b) Calculer la probabilité d'obtenir, peu importe l'ordre, 3 blanches et 2 rouges.
3. On tire, simultanément, 5 boules.
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir 3 blanches et 2 rouges.
  - (b) Comparer le résultat précédent avec celui obtenu à la question 2.(b), puis commenter.
  - (c) Calculer la probabilité d'obtenir des boules pas toutes de la même couleur.

**Exercice 2.**

Un joueur est en présence de deux urnes  $A$  et  $B$  :

- l'urne  $A$  contient une boule blanche et trois boules rouges
- l'urne  $B$  contient trois boules blanches et une boule rouge

Ce joueur dispose de deux dés non pipés qu'il lance une fois :

- si la somme des points obtenus est inférieure ou égale à 7, il choisit l'urne  $A$
- sinon, il choisit l'urne  $B$

Il tire alors, dans l'urne choisie, deux boules successivement avec remise.

On notera :

- $A$  (respectivement  $B$ ) l'événement « choisir l'urne  $A$  (respectivement  $B$ ) »
- $R_2$  (respectivement  $R_0$ ) l'événement « tirer deux boules rouges (respectivement blanches) »

1. Lors du lancer des deux dés, onze sommes sont possibles, la probabilité que ce soit 8 vaut-elle alors  $\frac{1}{11}$  ?
2. Déterminer la probabilité de choisir l'urne  $B$ .
3. Déterminer la probabilité de tirer deux boules rouges.
4. Ayant tiré deux boules rouges, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne  $A$ .
5. Ayant tiré deux boules rouges, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne  $B$ .
6. Ayant tiré deux boules blanches, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne  $B$ .

### Exercice 3 (Algorithme de détection).

Un professeur met au point un algorithme qui détecte si un étudiant a répondu au hasard lors d'un contrôle programmé quelques jours à l'avance. Son expérience lui permet d'estimer à 20% le pourcentage d'étudiants répondant au hasard.

Son algorithme affirme, correctement, que l'étudiant a répondu au hasard dans 95% des cas.

Il affirme cependant, incorrectement, que l'étudiant a répondu au hasard dans 2% des cas.

On pourra considérer les événements suivants :

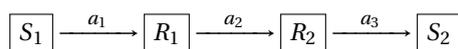
- $H$  : « l'étudiant a répondu au hasard »
- $T$  : « l'algorithme affirme que l'étudiant a répondu au hasard »

1. Avec quelle probabilité l'algorithme affirme-t-il que l'étudiant a répondu au hasard ?
2. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait répondu au hasard lorsque l'algorithme l'affirme ?
3. Quelle est la probabilité qu'un étudiant n'ait pas répondu au hasard alors que l'algorithme l'affirme ?
4. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait répondu au hasard alors que l'algorithme ne l'affirme pas ?

### Exercice 4 (Paquet perdu).

L'envoi d'un paquet du serveur  $S_1$  au serveur  $S_2$  sur internet passe par deux routeurs intermédiaires  $R_1$  et  $R_2$ .

Le chemin est alors constitué de 3 arcs :  $a_1 = (S_1, R_1)$ ,  $a_2 = (R_1, R_2)$  et  $a_3 = (R_2, S_2)$  :



Une fois atteint, chaque arc a le même risque  $p$  de perdre un paquet.

On considère les événements suivants :

- $A_i$  : « le paquet a bien passé  $a_i$  »
- $L_i$  : « le paquet a été perdu au niveau de  $a_i$  »
- $L$  : « le paquet a été perdu »

1. Déterminer  $P(L_1)$ .
2. Montrer que  $P(L_2) = (1 - p)p$ .
3. Déterminer  $P(L)$ .
4. Déterminer  $P(L_i|L)$ .
5. Interpréter les graphiques ci-dessous qui représentent, en fonction de  $p$ , respectivement  $P(L)$  et  $P(L_i|L)$  :

