

Exercice 1.

On considère une urne contenant 8 boules blanches et 6 boules rouges, indiscernables au toucher.

1. On tire, successivement et avec remise, 5 boules.
 - (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 3 blanches et 2 rouges.
 - (b) Calculer la probabilité d'obtenir, peu importe l'ordre, 3 blanches et 2 rouges.
2. On tire, successivement et sans remise, 5 boules.
 - (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 3 blanches et 2 rouges.
 - (b) Calculer la probabilité d'obtenir, peu importe l'ordre, 3 blanches et 2 rouges.
3. On tire, simultanément, 5 boules.
 - (a) Calculer la probabilité d'obtenir 3 blanches et 2 rouges.
 - (b) Comparer le résultat précédent avec celui obtenu à la question 2.(b), puis commenter.
 - (c) Calculer la probabilité d'obtenir des boules pas toutes de la même couleur.

Exercice 2.

Un joueur est en présence de deux urnes A et B :

- l'urne A contient une boule blanche et trois boules rouges
- l'urne B contient trois boules blanches et une boule rouge

Ce joueur dispose de deux dés non pipés qu'il lance une fois :

- si la somme des points obtenus est inférieure ou égale à 7, il choisit l'urne A
- sinon, il choisit l'urne B

Il tire alors, dans l'urne choisie, deux boules successivement avec remise.

On notera :

- A (respectivement B) l'événement « choisir l'urne A (respectivement B) »
- R_2 (respectivement R_0) l'événement « tirer deux boules rouges (respectivement blanches) »

1. Lors du lancer des deux dés, onze sommes sont possibles, la probabilité que ce soit 8 vaut-elle alors $\frac{1}{11}$?
2. Déterminer la probabilité de choisir l'urne B .
3. Déterminer la probabilité de tirer deux boules rouges.
4. Ayant tiré deux boules rouges, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne A .
5. Ayant tiré deux boules rouges, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne B .
6. Ayant tiré deux boules blanches, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne B .

Exercice 3 (Algorithme de détection).

Un professeur met au point un algorithme qui détecte si un étudiant a répondu au hasard lors d'un contrôle programmé quelques jours à l'avance. Son expérience lui permet d'estimer à 20% le pourcentage d'étudiants répondant au hasard. Son algorithme affirme, correctement, que l'étudiant a répondu au hasard dans 95% des cas. Il affirme cependant, incorrectement, que l'étudiant a répondu au hasard dans 2% des cas.

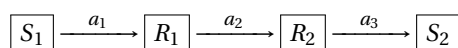
On pourra considérer les événements suivants :

- H : « l'étudiant a répondu au hasard »
- T : « l'algorithme affirme que l'étudiant a répondu au hasard »

1. Avec quelle probabilité l'algorithme affirme-t-il que l'étudiant a répondu au hasard ?
2. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait répondu au hasard lorsque l'algorithme l'affirme ?
3. Quelle est la probabilité qu'un étudiant n'ait pas répondu au hasard alors que l'algorithme l'affirme ?
4. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait répondu au hasard alors que l'algorithme ne l'affirme pas ?

Exercice 4 (Paquet perdu).

L'envoi d'un paquet du serveur S_1 au serveur S_2 sur internet passe par deux routeurs intermédiaires R_1 et R_2 . Le chemin est alors constitué de 3 arcs : $a_1 = (S_1, R_1)$, $a_2 = (R_1, R_2)$ et $a_3 = (R_2, S_2)$:



Une fois atteint, chaque arc a le même risque p de perdre un paquet.

On considère les événements suivants :

- A_i : « le paquet a bien passé a_i »
- L_i : « le paquet a été perdu au niveau de a_i »
- L : « le paquet a été perdu »

1. Déterminer $P(L_1)$.
2. Montrer que $P(L_2) = (1 - p)p$.
3. Déterminer $P(L)$.
4. Déterminer $P(L_i|L)$.
5. Interpréter les graphiques ci-dessous qui représentent, en fonction de p , respectivement $P(L)$ et $P(L_i|L)$:

